

Matematyka Bez Granic

Etap wstępny - Edycja 2010



- * Rozwiązanie każdego zadania należy przedstawić na osobnym arkuszu odpowiedzi.
- * We wszystkich rozwiązaniach zadań, oprócz zadań 2, 3, 4 i 7, należy przedstawić tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
- * Wszystkie, nawet częściowe rozwiązania zadań, zostaną wzięte pod uwagę przez sprawdzających.
- * Staranność wykonania będzie również punktowana.

Zadanie 1 (7 punktów) Zarys

Zredaguj odpowiedź w języku niemieckim, angielskim, francuskim lub włoskim używając co najmniej 30 słów.

Opa hat drei Töchter: Anne, Béatrice und Chloé.

Er hat sechs Enkel: vier Jungen (Emile, François, Gilles, Hector) und zwei Mädchen (Irène, Jeanne).

Opa erinnert sich nicht an die Vornamen der Kinder von Beatrice. Er weiß aber noch, dass

- von seinen drei Töchtern Beatrice die meisten Kinder hat,
- Anne keine Tochter hat,
- Jeanne zwei Brüder und keine Schwester hat,
- Irène keine Schwester und auch keinen Bruder hat,
- Gilles einen Bruder, aber keine Schwester hat,
- Emile eine Schwester und auch Hector eine Schwester hat.

Helpt Opa die Vornamen der Kinder von Béatrice herauszufinden.

Grand-Père a trois filles: Anne, Béatrice et Chloé.

Il a six petits-enfants: quatre garçons (Emile, François, Gilles, Hector) et deux filles (Irène, Jeanne).

Grand-Père ne se souvient plus des prénoms des enfants de Béatrice mais se rappelle bien, par contre, que :

- de ses trois filles, c'est Béatrice qui a le plus d'enfants;
- Anne n'a pas de fille;
- Jeanne a deux frères et pas de sœur;
- Irène n'a pas de sœur et n'a pas de frère;
- Gilles a un frère mais pas de sœur;
- Emile a une sœur ; Hector a une sœur.

Aider Grand-Père à retrouver les prénoms des enfants de Béatrice.



Nonno ha tre figlie: Anne, Béatrice und Chloé.

Ha sei nipoti: quattro maschi (Emilio, Francesco, Egidio, Ettore) e due femmine (Irene, Gianna).

Egli non si ricorda i nomi dei figli di Béatrice, ma è sicuro che:

- delle tre figlie, Béatrice è quella con il maggior numero di figli;
- Anne non ha figlie;
- Irène non ha né sorelle né fratelli;
- Egidio ha un fratello, ma nessuna sorella;
- Emilio ha una sorella. Ettore ha una sorella.

Aiutate il Nonno a ritrovare i nomi dei figli di Béatrice.

Grandpa has three daughters: Anne, Béatrice und Chloé. He has six grandchildren: four boys (Emile, François, Gilles, Hector) and two girls (Irene, Jeanne).

Grandpa cannot now remember the names of Béatrice's children but, on the other hand, he remembers clearly that

- of his three daughters, Béatrice has the most children,
- Anne does not have a daughter,
- Irène has no sister and no brother,
- Gilles has a brother but no sister,
- Emile has a sister. Hector has a sister.

Help Grandpa to remember the name of Béatrice's children.

Zadanie 2 (5 punktów) Rachunki na okrągło

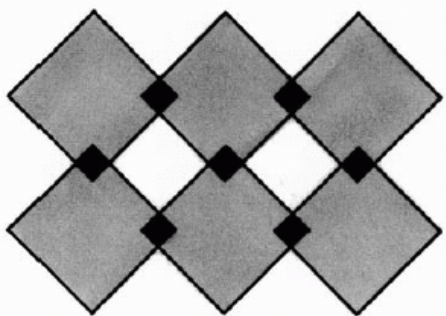
Chloé ma jedenaście perł ponumerowanych liczbami:

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

Chciałoby zrobić z nich naszyjnik w taki sposób, aby po jego zapięciu suma liczb zapisanych na dwóch sąsiednich perłach była zawsze równa -1, 0 lub 1.

Podaj przykład naszyjnika spełniającego ten warunek. Ile jest rozwiązań? Wyjaśnij.





Zadanie 3 (7 punktów) Łamigłówka

Z Matematyką Bez Granic jest jak z Igrzyskami Olimpijskimi – ważne jest, żeby brać w niej udział.

Ta myśl sprawiła, że Ignacy zaproponował logo naszego konkursu ułożone z sześciu splecionych ze sobą dużych kwadratów. Ich przecięcia są małymi czarnymi kwadratami o jednakowych wymiarach.

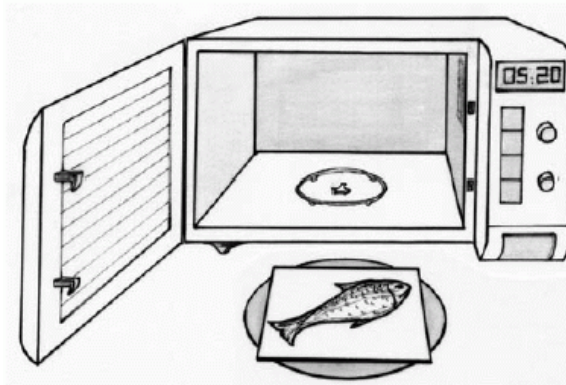
Na karcie odpowiedzi narysuj logo o takich wymiarach, aby całkowite pole powierzchni szarej części było równe czterdziestokrotności pola powierzchni całkowitej części czarnej. Przedstaw obliczenia.

Zadanie 4 (5 punktów) A jednak się kręci

Aby podgrzać danie, Marek kładzie je na obrotowej części mikrofalówki. Jeśli talerz jest mały, rotacja przebiega bez zakłóceń; jeśli jest trochę większy, uderza o ścianki wewnętrzne mikrofalówki, ślizga na części obrotowej, a w efekcie dobrze rozkłada na części obrotowej i rotacja przebiega już bez dodatkowych zakłóceń. Jeśli talerz jest za duży, uderza o ścianki wewnętrzne i nie może obracać się: ślizga się na części obrotowej.

Wewnętrzne wymiary mikrofalówki to 16 cm wysokości oraz 35 cm szerokości i głębokości.

Marek ma talerz kwadratowy, który się nie obraca i talerz prostokątny, który obraca się prawidłowo, choć dłuższy bok talerza prostokątnego jest dłuższy od boku talerza kwadratowego. **Objaśnij, na czym polega to zjawisko.**



Zadanie 5 (7 punktów) Sortowanie

Don Salluste ma 2009 monet. 2008 monet jest z czystego złota, a każda waży tyle samo. Jedna moneta to stop i jest nieco lżejsza od pozostałych. Jej wygląd nie pozwala na odróżnienie jej od innych monet.

Jeśli moneta ze stopu metali zostanie ukryta pośród 8 złotych monet tak, że utworzą dziewięciomonetowy zbiór, jego paż, Błażej, jest w stanie ją wskazać, wykonując dokładnie dwa ważenia na swojej dwuszalowej wadze.

Wyjaśnij, jaką metodę stosuje Błażej. Stosując tę metodę, po ilu ważeniach można wskazać monetę ze stopu metali wśród 2009 monet? Wyjaśnij



Zadanie 6 (5 punktów)

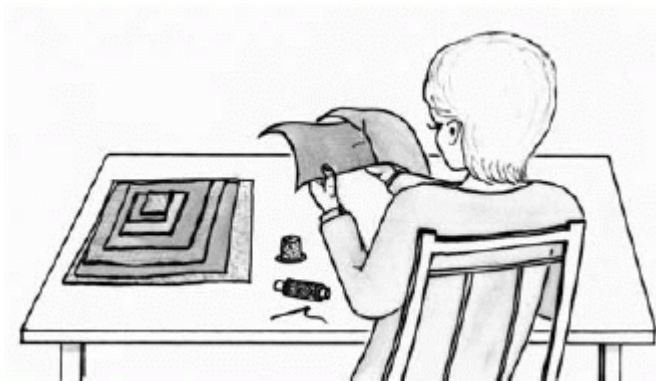
Trzeba mieć olej w głowie

Agrypina i Mariusz wracają z targu z dzbanem pełnym oliwy o pojemności 8 kotyli. W domu mają do dyspozycji jeszcze dwa puste dzbany – mały o pojemności 3 kotyli i większy o pojemności 5 kotyli. Udać im się podzielić cenną ciecz nie używając w tym celu żadnego dodatkowego naczynia i wykonując przy tym najmniejszą liczbę kolejnych przelań z naczynia do naczynia.

Wyjaśnij, jak postępowali.

Kotył jest grecką i rzymską jednostką pojemności.





Zadanie 7 (7 punktów) Patchwork

Simona właśnie nauczyła się podstaw patchworku – artystycznego łączenia kawałków materiału.

Z resztek kolorowego materiału wycięła 9 kwadratów różnej wielkości. Długości boków tych kwadratów wyrażone w centymetrach to 1, 4, 7, 8, 9, 10, 14, 15 i 18. Simona chce udekorować poduszkę, układając z tych 9 kwadratów prostokąt, który naszyje na wierzchu.

Znajdź wymiary prostokąta i narysuj patchwork Simony w skali 1:2.

Zadanie 8 (5 punktów) Cmok

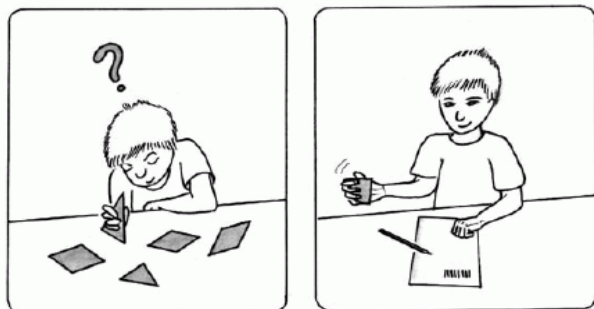
Dziesięcioro przyjaciół pochodzących z trzech regionów spotyka się w Sztrasburgu. Pierwszy samochód pochodzi z Owernii, drugi z Bretanii, a ostatni z Katalonii. Na powitanie, przyjaciele całują się w policzki. W Bretanii całuje się 4 razy, w Owernii 2, a w Katalonii 3. Zawsze wymienia się tyle pocałunków, ile ma w zwyczaju osoba, która całuje mniej razy. Każdy samochód ma maksymalnie 5 miejsc. Podróżujący tym samym samochodem nie całują się w policzki. Kiedy dziesięcioro przyjaciół spotkało się, wymieniono 75 pocałunków.

Określ, ilu było Owernijczyków, Bretończyków i Katalończyków.

Przedstaw sprawdzenie.



Zadanie 9 (7 punktów) Pentakość



Z kwadratu o boku a , dwóch trójkątów równobocznych o boku a oraz dwóch rombów, z których każdy utworzony jest z dwóch trójkątów równobocznych, można skonstruować ciekawą bryłę o pięciu ścianach – pentakość.

Rzucamy bryłę 100 razy, aby zaobserwować, na której ścianie zatrzymuje się najczęściej.

Żeby dowiedzieć się, na której ścianie najczęściej się zatrzyma, należy ją rzucić 100 razy.

Zbuduj pentakość z kartonu, ponumeruj ściany i rzuć bryłę 100 razy tak, żeby się potoczyła.

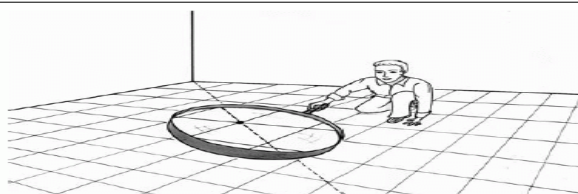
Narysuj na karcie odpowiedzi siatkę pentakości.

Zaznacz na każdej ścianie, z jaką częstotliwością znajdowała się ona pod spodem.

Zadanie 10 (10 punktów) Po przekątnej

Podłoga w prostokątnej sali jest pokryta kwadratowymi płytkami, ułożonymi jedna obok drugiej. Przekątna tej sali przechodzi przez 36 płytek i przez 2 węzły. Węzeł to punkt, w którym spotykają się cztery płytki.

Ile może być maksymalnie płytek w tej sali? Wyjaśnij



Zadania dodatkowe dla klasy pierwszej szkoły ponadgimnazjalnej



Zadanie 11 (5 punktów) Ciepło – zimno

Po powrocie do domu Gotfryd Zmarznięty stwierdza, że radio z budzikiem migocze i wskazuje godz. 1.15. Podczas jego nieobecności miała miejsce przerwa w dopływie prądu. Kiedy się zakończyła, radio z budzikiem zaczęło ponownie działać, wskazując 0.00.

Żeby określić długość przerwy w dopływie prądu, Gotfryd sprawdza termometr w zamrażarce. Wskazuje on -17°C . Gdy zamrażarka działa normalnie temperatura wynosi -18°C . Gotfryd Zmarznięty przyjmuje, że wahania temperatury są proporcjonalne do długości działania lub długości przerwy w dopływie prądu. Temperatura jego zamrażarki podnosi się o $0,5^{\circ}\text{C}$ na godzinę, kiedy jest wyłączona, a spada o 2°C , kiedy prąd ponownie zaczyna płynąć.

Ile czasu trwała przerwa w dopływie prądu? Wyjaśnij.

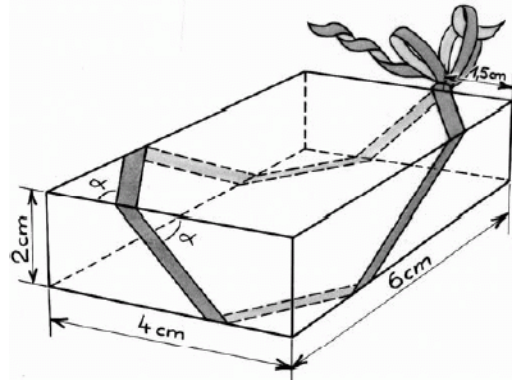
Zadanie 12 (7 punktów) Opakowanie na prezent

Na Boże Narodzenie Gabriela zapakowała prezent do pudełka, będącego równoległościanem, o wymiarach $6\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 2\text{ cm}$. Chciałaby je udekorować ładną wstążką w sposób przedstawiony na rysunku obok.

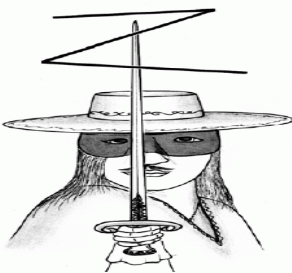
Gabriela zauważyła, że kiedy nakłada wstążkę na ściany pudełka, przy przekraczaniu każdej krawędzi, kąt utworzony przez wstążkę i krawędź pozostaje taki sam na jednej i na drugiej ścianie. Zastanawia się więc, w jaki sposób powinna wybrać kąt, aby poprawnie dotrzeć do punktu wyjścia.

Wykonaj siatkę prostopadłościanu stanowiącego opakowanie i wytycz na niej linię przebiegu wstążki.

Za pomocą kalkulatora określ, co do stopnia, przybliżoną miarę kąta α .



Zadanie 13 (10 punktów) Tu był Zorro!



W trójkącie prostokątnym o bokach 20 cm , 16 cm i 12 cm , Don Diego de la Vega kreśli koniuszkiem szpady literę Z i w ten sposób tnie trójkąt na cztery trójkąty o takiej samej powierzchni. Jego Z jest linią łamaną utworzoną z trzech odcinków, których końce znajdują się na bokach lub wierzchołkach trójkąta prostokątnego.

Przedstaw trzy rozwiązania takiego podziału.

Dla każdego rozwiązania sprecyzuj pozycję czterech punktów tworzących literę Z na bokach trójkąta prostokątnego.

