Piętnastego września w gmachu Wydziału MiNI (matematyki i nauk informatycznych) odbył się II Dzień Popularyzacji Matematyki. Od godziny 11.00 do 17.00 można było wysłuchiwać ciekawych wykładów lub sprawdzić swoje siły na licznych warsztatach. Tematyka zajęć była bardzo zróżnicowana – od zwykłego kursu obsługi programu komputerowego „Geogebra", przez zgłębianie tajemnic nieskończoności po matematykę bez matematyki. Każdy mógł znaleźć coś dla siebie, dlatego też były tam osoby w różnym wieku: dzieciaki z podstawówki, gimnazjaliści, licealiści, studenci, dorośli. Wszystkich łączyła jedna rzecz: chęć zgłębiania tajnik matematyki i rzeczy z nią związanymi.

Z tych wszystkich proponowanych zajęć wybrałam: wykład o kołach, kulach i wszystkim co okrągłe, warsztaty z japońskim liczydłem Sorobaną, opowieść o nieskończoności, hotelu Hilberta oraz krótki wstęp do szyfrowania. Aby przekazać wam choćby uszczerbek z proponowanej tam wiedzy, opiszę wykład pana Michała Korcha p.t. „Co to jest nieskończoność? O hotelu Hilberta i nie tylko".

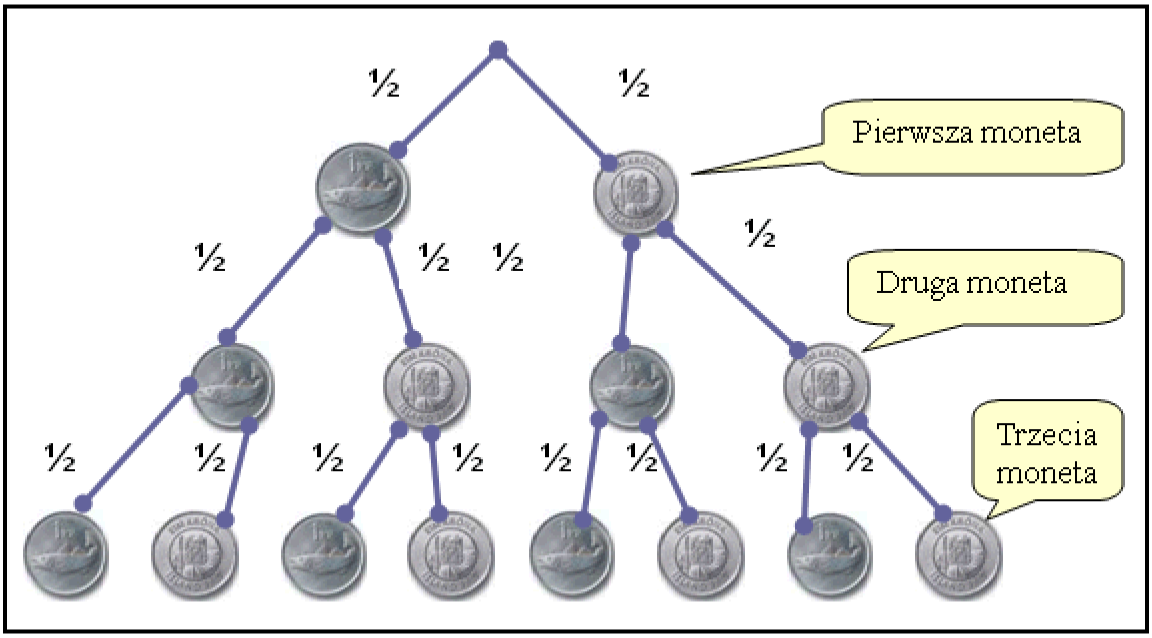
Pierwsze pytanie jakie się nasuwa, to czym jest ten tytułowy „hotel Hilberta"? Jest to miejsce wymyślone przez niemieckiego matematyka Davida Hilberta. W normalnym hotelu posiadającym tylko jednoosobowe pokoje, które są już zajęte, zostaniecie odprawieni z kwitkiem, jeśli poprosicie o nocleg. Natomiast w hotelu Hilberta nie. Czym więc się on różni od tamtego hotelu? Ma on nieskończenie wiele jednoosobowych pokoi, które są już zajęte przez innych gości, lecz tutaj portier jest sprytny i znajdzie dla was miejsce na noc. Jak? Obudzi wszystkich gości i poprosi ich, aby przenieśli się do pokoju dalej. Gość z pierwszego do drugiego, ten z drugiego do trzeciego itd. Jako, że jest nieskończenie wiele pokoi, więc każdy gość będzie miał pokój, a ten z numerem pierwszym będzie przeznaczony dla ciebie. Z każdym kolejnym gościem można potarzać procedurę, więc każdy dostanie miejsce do spania. Jeśli do tego hotelu przyjedzie czterdziestoosobowa grupa, to należy przesunąć każdego gościa do pokoju z numerem o czterdzieści większym…

Następnym zagadnieniem poruszonym na tym wykładzie była nieskończona liczba małp, czyli zadanie o treści: Mamy nieskończoną ilość małp, z których każda wystukuje na maszynie do pisania przypadkowe znaki. Czy jest możliwe aby była wśród nich taka, która napisze wszystkie dzieła Shakespeare'a? Aby to sprawdzić można się posłużyć podstawowym zagadnieniem z rachunku prawdopodobieństwa. Mamy sześcienną kostkę do gry, jakie jest prawdopodobieństwo, że nie wyrzucę „1"? Wynosi ono $\frac{5}{6}$. Przy dwóch rzutach $\frac{5}{6} * \frac{5}{6}{}^{+}$ itd. Im więcej razy rzucimy tym mniejsze prawdopodobieństwo, że nie wyrzucimy ani razu „1". Więc przy nieskończonej ilości kostek, którymi rzucimy wynosi ono 0. Podobnie jest z małpami piszącymi na maszynach, skoro jest ich nieskończenie wiele, to znajdzie się taka jedna, która napisze wszystkie dzieła Shakespeare'a. Ale czy wszystkie nieskończoności są sobie równe? Więc, powiemy że dwa zbiory są równoliczne, jeśli ich elementy można ustawić w pary (jak w hotelu Hilberta, gdy ustawialiśmy w pary gości i pokoje). Zbiór liczb naturalnych jest równoliczny ze zbiorem liczb całkowitych i zbiorem liczb wymiernych – są to zbiory przeliczalne. Lecz czy jest zbiór liczb nie równolicznych z nimi? Aby udowodnić, ze tak zastosujemy cos podobnego do hotelu Hilberta. Rysujemy odcinek od zera do 1 i każdej liczbie ze zbiorów przeliczalnych przypisujemy jakiś pokój. Teraz dzielimy odcinek na trzy części i wybieramy tą, gdzie nie znajduje się liczba z pierwszego pokoju. Wybrany odcinek znów dzielimy na trzy i bierzemy część bez liczby z pokoju numer dwa. Następnie dzielimy go na trzy i wybieramy część bez liczby z pokoju trzeciego, itd. W końcu uzyskujemy punkt p, gdzie nie ma żadnej liczby z żadnego pokoju. Więc zbiór liczb od zera do jeden jest równy zbiorowi liczb rzeczywistych i jest większy od zbioru przeliczalnego. Zbiory większe od zbiorów przeliczalnych nazywamy zbiorami mocy continnum. Prawdziwość hipotezy continnum jest jednym z zadań z listy Hilberta, na której spisano wszystkie problemy jakie powinni rozwiązać matematycy przed końcem XX wieku. Wielu uczonych się nad tym głowiło, lecz znaleźli dość niecodzienne rozwiązanie: Jeżeli matematyka jest niesprzeczna to nie rozstrzyga hipotezy continnum, czyli z aksjomatów matematyki nie da się udowodnić lub zaprzeczyć tej hipotezie. Czy więc matematyka jest niesprzeczna w swoich prawach? Kurt Gödel, pochodzący z Austrii matematyki logik, stwierdził: „Na gruncie matematyki nie da się wykazać, że jest ona niesprzeczna”.

Tym twierdzeniem kończę moją opowieść. Jeśli chcecie się dowiedzieć czegoś więcej, lub zrozumieć o czym piszą matematycy, powinniście udać się na przeszłoroczny III Dzień Popularyzacji Matematyki.

+ – Wyjaśnienie:

Jest to zagadnienie z rachunku prawdopodobieństwa. Aby wyjaśnić dlaczego podnosimy prawdopodobieństwo do kolejnych potęg przy każdym kolejnym rzucie, można się posłużyć przykładem monety. Prawdopodobieństwo, że w jednym rzucie wypadnie reszka jest $\frac{1}{2}$.




Przy dwóch monetach prawdopodobieństwo wyrzucenia reszki wynosi $\frac{1}{4}$, ponieważ mamy dwie monety z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$. Jak widać, przy kolejnych monetach podnosimy prawdopodobieństwo do kolejnych potęg. Dlatego przy dwóch rzutach kośćmi do gry prawdopodobieństwo nie wyrzucenia „1” wynosi $\frac{25}{36}$.